

科目名稱：數學文化

授課教師：黃世吟

課程簡介：

是以「數學文化」的課程規劃內容、教學活動設計、教材內容以數學的文化面向為主，強調「數學文化素養」與「數學趣味」。在內容上分五大單元（數學是什麼、若干數學問題中的數學文化、趣味數學、數學文化的學科體系及數學文化的美學觀），培養學生對數學由工具層次的認知，提升到文化智識的層次，啟發學生對數學之熱情，使學生在課程中具備識「數」的能力及美的鑑賞力，豐富文化素養。

#### 一、課程目標

本課程目標，分別就「教學目標」、「課程特色」及「通識教育核心精神的關聯性」三方面說明：

##### （一）教學目標

課程的教學目標，評量內容含由情意（Affective）、技能(Psychomotor)及認知（Cognitive）等三方面：

1. 情意方面：培養互助合作團隊精神，建立尊重他人意見、觀念等價值觀，讓學生理解數學的思想、方法，能活用數學知識於日常生活之中。
2. 技能方面：學會如何規劃時間及記帳、學會如何運用數字，學會如何取得數學資源，學會如何觀察、分析、建模。
3. 認知方面：認識數學文化、瞭解數學邏輯思維方式、瞭解數學工具之運用。

##### （二）課程特色

本課程的特色包含：

1. 觀念重於方法，方法重於計算，強調識「數」的能力，使學生在面對日常生活中所用到的數學能有一定程度的瞭解，具備有思辨、批判的能力。
2. 靜態及動態：本課程將安排影片欣賞，記帳方式及時間管理、以及問卷調查。
3. 學習單的設計、議題討論的設計，深化教材內容之學習、問題思維能力。

##### （三）成績考核方式

平時成績 50%：（上課態度 15%、出席率 35%；小組討論、作業 50%；其中作業含學習單、活動紀錄、分組報告、上傳檔案。）

期中考成績 25%

期末考成績 25%

##### （四）通識教育核心精神的關聯性

1. 活動設計含小組討論及實際案例設計等，透過分組討論，訓練溝通表達及團隊合作之能力，學會面對未來人際互動關係。
2. 「議題討論」引導學生對媒體報導的訊息具有思辨、批判的能力。
3. 設計「做中學，學中做」，讓學生能將知識應用在日常生活中，並訓練學生具備獨立思考、解決問題的能力。

(五) 課程規劃與教學設計

為有效提升同學的學習動機，實現有強烈的內在求知動機與顯現在外的行，使主動學習不在是空談，在教學設計上極需巧思<sup>3</sup>，本課程課程規劃與教學設計如下：

課程內容綱要

◎單元 課程內容綱要

單元	課程內容綱要
1	數學是什麼
2	趣味數學
3	若干數學問題中的數學文化
4	數學文化的學科體系
5	數學的藝術

◎課程進度與教學單元活動規劃

課程進度規畫

週次	教材內容
1	數學是什麼
2	趣味數學
3	趣味數學
4	東西方文化數字的產生與發展
5	東西方文化數字的產生與發展
6	東西方文化數字的產生與發展
7	數學故事-著名數學家和他的一個重大發現
8	數學故事-著名數學家和他的一個重大發現
9	期中考
10	若干數學問題中的數學文化
11	若干數學問題中的數學文化

12	若干數學問題中的數學文化
13	數學文化的學科體系-數學與文學、史學
14	數學文化的學科體系-數學與哲學
15	數學文化的學科體系-數學與科學
16	數學的藝術
17	數學的藝術
18	期末考

#### 課程進度與教學單元活動規劃

週次	第1週
上課單元	數學是什麼
課程內容	1. 課程介紹及要求(含教學方式:多媒體教學、講授、討論、作業心得分享、戶外教學等之說明)。 2. 上課守則、課程要求及成績考核方式之說明。 3. 問與答用以測量學生的基本程度。 4. 數學的各種用途與職業所需之數學
討論議題	生活中的數學
延伸閱讀	斯坦著 葉偉文譯, 幹嘛學數學, 九章出版社 羅浩源, 生活的數學, 九章出版社。

週次	第2-3週
上課單元	趣味數學
課程內容	1. 遊戲與猜謎 2. 邏輯思考法則 3. 推理的訓練 4. 謬論
討論議題	提供不同素材, 分組討論尋找答案
延伸閱讀	許介彥, 推理大考驗, 俊傑出版社 趙文敏, 寓數學於遊戲, 九章出版社 曹亮吉, 從月曆學數學, 天下文化 孫文先, 神秘有趣的數學, 九章出版社 孫文先, 數學趣談 數學故事、遊戲與猜謎, 九章出版社

週次	第 4-6 週	
上課單元	東西方文化數字的產生與發展	
課程內容	1. 古埃及數字系統 2. 萊因紙草書 3. 莫斯科紙草書 4. 巴比倫數字(60 進位系統) 5. Yale 7289 泥板 6. 甲骨文 7. 陰陽八卦 8. 算籌	9. 十大算經 10. 古印度祭壇 11. 印度-阿拉伯數字的演變 12. 覺醒的時代---數學精神的誕生 13. 希臘神譜 14. 雅典時期 15. 亞歷山大時期
活動設計	古代人如何計數自己的物品	
延伸閱讀	王懷權，數學發展史。 王懷權，數學的故鄉。 數學史話，陳長城(東華書局)。 袁小明編著，數學誕生的故事，九章出版社。	

週次	第 7-8 週	
上課單元	1. 認識數學大師的生平與貢獻 向大師致敬、影片欣賞(美麗境界、博士熱愛的算式)	
課程內容	1. 三大數學家的生平與貢獻及趣聞 2. 影片欣賞(數學偵探物語、嫌疑犯 X 的獻身)	
延伸閱讀	王幼軍、金之明，著名數學家和他的一個重大發現，凡異出版社。 吳振奎，吳旻 名人趣題妙解，九章出版社。	

週次	第 10-12 週	
上課單元	若干數學問題中的數學文化	
課程內容	1. 黃金分割 2. 哥尼斯堡七橋問題 3. 海岸線的長度問題 4. 韓信點兵與中國剩餘定理	
延伸閱讀	徐力行，沒有數字的數學，天下文化科學天地 51 黃文璋，數學欣賞，華泰出版社	

週次	第 13-15 週	
----	-----------	--

上課單元	數學文化的學科體系
課程內容	1.數學與文學 2.數學與史學 3.數學與哲學 4.數學與科學
延伸閱讀	方延明，數學文化，清華大學出版社

週次	第 16-17 週
上課單元	數學的藝術
課程內容	1.數學與美學 2.數學與詩歌 3.數學與繪畫
延伸閱讀	王憲昌、劉鵬飛、耿鑫彪，數學文化概論，科學出版社 歐陽降著，數學的藝術，九章出版社 Mario Livio 著，黃金比例，遠流出版社

## 幹嘛學數學？

無論從知性主義或實用主義都會發現數學以不同的面貌呈現其迷人的身影。

## 知性主義

### 歷史層面

英國皇家學會院士伊安·史都華說：數學是編織人類歷史的織錦中最長最燦爛奪目的線條之一，在人類文明中，數學如果脫離了豐富的文化基礎，就會被簡化成一系列的技巧，難以讓人產生情感上的共鳴，也使人遺忘了他原來質樸的模樣，或發展過程中種種動人的轉折與演進。

### 精神層面

數學是理性精神的象徵，幾乎每個人都知道，數學在工程設計中具有極其重要的實用價值，卻很少人懂得數學在科學推理中的重要性，至於數學決定了大部分哲學思想的內容和研究方法，為政治學說和經濟理論提供依據，塑造眾多流派的繪畫、音樂、建築和文學風格，創立了邏輯學，為我們必須回答的人和宇宙的基本問題提供最好的答案，就更是鮮為人知了！

### 實用層面

研究數學最明顯的動力是為了解決因社會需要而直接提出的問題，另一方面就是提供自然現象的合理結構，而智力方面的好奇心和對純思維的強烈興趣更是激勵許多數學家的動力，數學學科中一些偉大的成就：數論、射影幾何、非歐幾何、

無窮量理論都是為了解決純智力的挑戰，數學家在證明和得出結論過程中，運用必不可少的想像力和直覺，給予數學家高度的美學上的滿足。

## 實用主義

數學有什麼用？

如果你將數學當做計算的工具，只是用來算算日常開銷、利率、企業營運的成本或利潤，那它的功能就類似鐵槌和螺絲起子。對物理家和生理家可利用數學描述重力或染色體的結構，這時數學就像是宇宙中的創世語言。微積分、幾何學的分析方法，對從事貿易、法律或醫學的人員應是極佳的職業訓練基礎。

不乏實業家特別強調數學重要性，引用大家耳熟能詳的旅館業鉅子希爾頓（Conrad Hilton）先生在『歡迎嘉賓』書中的看法：

我並不想說服任何人，說微積分、代數或幾何學對經營旅館事業非常必要。但我們要大聲疾呼，數學並不是國民教育上無用的裝飾品。對我而言，能把問題很快地化成最簡單、清楚地方式陳述出來，從而迅速解決的能力，不管從哪個方面看都是非常有用的。當然你並不是真的使用代數公式，但.....我發現較高等數學的練習，是發展這種解決問題的心智能力最好的訓練.....徹底的數學心智訓練，可防止思緒模糊不清，或被一些假象誤導.....。另外，富傳奇色彩的知名人物金融家巴菲特(Warren Buffett)先生的合夥人孟格(Charles Munger)先生在 1994 年曾對南加州大學商學院的學生建議：

首先是數學，你們必須能掌握數字—最基本的算術。再來是一些很有用的模型，接著是計算複利的一些基本數學，像是排列組合之類的，還有很簡單的代數。這學起來並不難，困難的是怎樣在每天的例行工作之中應用這些數學。

在哈佛商學院裡，第一年的課程都是圍繞在「決策樹理論」四周，由它將所有課程串在一起。決策樹理論是把代數應用在現實生活面臨的問題上。學生都很訝異，高中學到的代數居然能用在日常生活裡。

數學需要計算的部分大致已被計算機、收銀機或電腦取代。但數學思維的層面，並不能完全用電腦取代，思維的訓練提供對事情條理分析的方法，思考對複雜的問題下決策，而非依賴傳說、猜測或說服力的美詞。

生活的層面

職場的需求

曾有一位工程師想要找人幫忙做些計算工作，於是登求才啟事，列出「念過兩年的大學課程，包括一年的微積分。」有人不禁好奇詢問「真的會用到微積分嗎？」，「不會，但這樣的條件可確保應徵者曾經學過三角學，而他有很多關於三角的工作要計算。」，數學是科學的基礎，許多職業裡需要的一種工具。底下列出不同職業對數學需求的等級，依美國「職業調查完全手冊」有 12 項主要領域，分成 66 個職業群，再細分為 348 個小群，最後列出 12000 多種的職業。對於每一項

註解 [u1]: 數學無用的癥結，在於不知如何活用數學

職業,它都列出需要的閱讀能力、語言能力及數學能力。依數學能力分為六級,從最初級1到最高級6。各級標準如下:(p83-90)

第1級:基本算術(兩位數的四則運算)。

第2級:分數與小數—計算比率與百分率,製作與解釋長條圖。

第3級:商用數學(計算利率、折扣、收益、損失、佣金、漲價、比率、比例、百分率)、部分代數(變數、多項式、二次式及方根)、幾何(求面積、體積、角的特性)。

第4級:代數(處理基本函數-線性,二次、解方程式及不等式、處理對數)、三角(三角與反函數、極限與連續)、幾何(推求公理、平面與立體以及座標。)

第5級:部分解析幾何(指數與對數、數學歸納法,二項式定理、排列)、微積分(代數函數的微分與積分)、統計(機率分配、常態曲線、變異數分析、相關分析、卡方檢定、抽樣理論、因素分析)。

第6級:高等微積分(極限、連續性、隱函數定理、微分方程、無窮級數、複變數)、近代代數(群、環、體、線性代數)、統計(實驗設計、統計推論、計量經濟學)。

由上可知,1、2級代表日常使用的數學,對3級才開始有代數需求。以下僅摘錄70類的職業,條列各職場中需要什麼等級的數學。

#### 決策、經營、管理類

經理、決策者、高階管理人員:第4級

會計師、稽核員、成本分析師、銀行放款主任:第4級

#### 專業類

工程師:第6級

建築師、測量員、生命科學家:第5級

精算師、系統分析師、統計師:第6級

自然科學家(化學、物理、氣象學、地質學):第6級

社會科學家(經濟學、心理學、都市規劃):第5級

牧師、心理輔導人員:第4級

律師與法官、檢察官:第4級

幼稚園教師、小學教師:第2-4級

特殊教育:第2-4級

國高中教師(不含數學與科學):第4級

其他教師(成人、職業教育等):第3級

圖書館人員:第3級

健康診斷人員(醫師、牙醫):第5級

醫學助理(護士、物理治療師、藥師):第3-4級

作家、運動家、演藝人員:第1-2級

飛機駕駛員:第3-4級

#### 行銷業務人員

售貨員、收銀員：第 2-3 級  
市場及行銷中層主管：第 3 級  
其他銷售人員(保險、房地產)：第 3 級

#### 行政支援人員

秘書、速記、打字員、一般文書人員、其他行政助理：第 2 級  
銀行櫃檯人員：第 3 級

#### 勞力服務業

清潔人員、警衛、工人、卡車司機：第 1-2 級  
保全人員、公車司機、其他交通工具與運輸業：第 2 級

#### 農林漁牧業

園藝家：第 2 級  
農場管理人員：第 2 級

#### 工業生產與維修人員

數值機具操作、金屬製程、模具：第 4 級  
電機、電子設備維修人員：第 3-4 級  
機工與維修領班、汽車維修人員：第 3-4 級  
木匠、電匠：第 3 級  
木工、印刷、金工、裝配工：第 2 級  
手工(電子裝配、銲接、裝罐)：第 1 級  
助手、搬運工：第 1 級

由上可知，每三個高所得的工作中，大概有兩個需要比算術更高深的數學，用於每天的例行工作中，或是訓練過程的一部分。至於所得較低的工作者，只有十分之一有此需求。