

數學故事-著名數學家和他的一個重大發現

如果要舉出歷史上最偉大的數學家，阿基米德可以與牛頓和高斯並駕齊驅。



阿基米德的作風非常準確、精密。求圓周率的時候，當時尚未有製圖法，他為了得到圓周率，利用圓的內切多邊形和外接多邊形來計算。事實上，後來發現畫到正四十邊形，就已經很接近圓了，他却畫了正九十六邊形，真的很驚人。阿基米德將歐幾里德提出的趨近觀念作了有效的運用，他提出圓內接多邊形和相似圓外切多邊形，當邊數足夠大時，兩多邊形的周長便一個由上，一個由

下的趨近於圓周長。他先用六邊形，以後逐次加倍邊數，到了九十六邊形，求出：

$$\frac{229999993}{71} < \pi < \frac{22}{7}$$

；也就是 $3.140845 < \pi < 3.142857$ ，另外他算出球的表面積是其內接最大圓面積的四倍。而他導出圓柱內切球體的體積是圓柱體積的三分之二，這個定理就刻在他的墓碑上。阿基米德使用無窮小量的數學分析方式類似現在的微積分。通過反證法，他可以讓問題的答案達到任意精確度，同時也給出答案所在的範圍。這種技術被稱為窮舉法，並且他使用這種方法計算出了圓周率的近似值。他做出圓的外接多邊型和內接多邊型。隨著多邊形的邊數增加，會越來越接近圓。他還證明了圓面積等於圓周率乘以半徑的平方。在球體和圓柱的研究中，阿基米德假設，一個任意的數在自加足夠多的次數之後，會大於任意一個給定的數。這被稱為實數的阿基米德性質。

是以有人評論，如果希臘數學家或科學家能更相信阿基米德，而非歐幾里德和柏拉圖，或許近代數學和近代科學的時代就能大幅提前到來。

資料來源：維基百科 <http://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%98%BF%E5%9F%BA%E7%B1%B3%E5%BE%B7>

<http://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%98%BF%E5%9F%BA%E7%B1%B3%E5%BE%B7>

阿基米德在公元前 287 年，出生在古希臘西西里島東南端的敘拉古城。古希臘哲學家、數學家、物理學家、發明家、工程師、天文學家。阿基米德曾到過亞歷山卓，據說他住在亞歷山卓時期發明了阿基米德式螺旋抽水機，今天在埃及仍舊使用著。第二次布匿戰爭時期，羅馬大軍圍攻敘拉古，阿基米德死於羅馬士兵之手。阿基米德對物理學的影響極為深遠；他對於數學的貢獻，使阿基米德被很多人視為歐洲古代最傑出的數學家，和所有時代最傑出的數學家之一。他曾被西方評價為有史以來最偉大的三位數學家之首（其餘兩位分別為牛頓和高斯）。阿基米德

的父親是天文學家和數學家，從小深受家庭影響，十分喜愛數學。九歲時，父親送他到埃及的亞歷山大城唸書，亞歷山大城是當時西方世界的知識、文化中心，學者雲集，舉凡文學、數學、天文學、醫學的研究都很發達，阿基米德在這裡跟隨許多著名的數學家學習，包括有名的幾何學大師—歐幾里德，奠定了他日後從事科學研究的基礎。

經過多年求學歷程後，阿基米德回到故鄉—敘拉古。回國後，受到國王的禮遇，經常出入宮廷，並常與國王、大臣們閒話家常或是暢談國事。阿基米德在這種優裕的環境下，作了好幾十年的研究工作，並在數學、力學、機械方面取得了許多重要的發現與成就，成為上古時代歐洲最有創見的科學家。

阿基米德常為了研究而廢寢忘食，在他的住處，隨處可見數字和方程式，地上則畫了各式各樣的圖形，牆上與桌上也無法倖免，都成了他的計算板，由此可想他旺盛的研究精神。國王當時出了一個難題真假皇冠問題給阿基米德去解決。後來的阿基米德浮體原理。這個難題讓阿基米德回家苦思了幾天，吃不下飯也睡不好覺。原來國王請金匠用純金打造了一頂純金王冠，做好了以後，國王懷疑金匠不老實，可能摻了「銀」在裡面，但又不能把王冠毀壞來鑑定，該怎樣才能檢驗王冠是不是純金的呢？把難題丟給阿基米德解決，阿基米德想了很久，也一直沒有好方法。直到有一天，他在洗澡的時候發現，當他坐在浴盆裡時水位上升了，這使得他想到了：「上升了的水位正好應該等於王冠的體積，所以只要拿與王冠等重量的金子，放到水裡，測出它的體積，看看它的體積是否與王冠的體積相同，如果王冠體積更大，這就表示其中造了假，摻了銀。」阿基米德想到這裡，不禁高興的從浴盆跳了出來，光著身體就跑了出去，還邊跑邊喊「尤里卡！尤里卡！」（希臘語：「我發現了！」現代世界上最著名的發明博覽會就是以「尤里卡」命名的）。果然經過證明之後，王冠中確實含有其他雜質，阿基米德成功的揭穿了金匠的詭計，國王對他當然是更加的信服了。後來阿基米德將這個發現進一步總結出浮力理論，並寫在他的《浮體論》著作裡，也就是：物體在浮體中所受的浮力，等於物體所排開的浮體的重量。阿基米德為浮體定律建立了基本的原理。

阿基米德對於機械的研究源自於他在亞歷山卓城求學時期。有一天阿基米德在久旱的尼羅河邊散步，看到農民提水澆地相當費力，經過思考之後他發明了一種利用螺旋作用在水管裡旋轉而把水汲取上來的工具，後世的人叫它做「阿基米德螺旋提水器」，埃及直到二千年後的現在，還有人使用這種器械。這個工具成了後來螺旋推進器的先祖。當時的歐洲，在工程和日常生活中，經常使用一些簡單機

械，譬如：[螺絲](#)、[滑車](#)、[槓桿](#)、[齒輪](#)等，阿基米德花了許多時間去研究，發現了「[槓桿原理](#)」和「[力矩](#)」的觀念，對於經常使用工具製作機械的阿基米德而言，將理論運用到實際的生活上是輕而易舉的。故阿基米德曾比喻「給我一個支點，我就可以舉起整個地球。」。

國王又遇到了一個棘手的問題，國王替埃及托勒密王造了一艘船，因為太大太重，船無法放進海裡，國王就對阿基米德說，「你連地球都舉得起來，一艘船駛進海裡應該沒問題吧？」於是阿基米德立刻巧妙地組合各種機械，造出一架機具，在一切準備妥當後，將牽引機具的繩子交給國王，國王輕輕一拉，大船果然移動下水，國王不得不為阿基米德的天才所懾服。從這個歷史記載的故事裡我們可以明顯的知道，阿基米德極可能是當時全世界對於機械的原理與運用，瞭解最透徹的人。對於阿基米德來說，機械和物理的研究發明還只是次要的，他比較有興趣而且投注更多時間的是純理論上的研究，尤其是在[數學](#)和[天文](#)方面。在數學方面，他利用「[逼近法](#)」算出球面積、球體積、拋物線、橢圓面積，後世的數學家依據這樣的「逼近法」加以發展成近代的「[微積分](#)」。他更研究出螺旋形曲線的性質，現今的「阿基米德螺線」曲線，就是為紀念他而命名。另外他在《[數沙術](#)》一書中，他創造了一套記大數的方法，簡化了記數的方式。經由研究古代再生羊皮書上的文字，科學家發現了失傳的阿基米德手稿，並加以解讀。在殘卷《方法》命題 14 中，阿基米德提出[無窮大](#)的概念，是現代[集合論](#)的基礎。在殘卷《胃痛》中，現代科學家發現，阿基米德經由一種希臘圖形遊戲—胃痛，研究以十四片碎片組成正方形的所有拼法，成為[組合學](#)最早的開端。

在天文學方面，他曾運用水力製作一座天象儀，球面上有日、月、星辰、五大行星，根據記載，這個天象儀不但運行精確，連何時會發生[月食](#)、[日食](#)都能加以預測。晚年的阿基米德開始懷疑地球中心學說，並猜想地球有可能繞太陽轉動，這個觀念一直到[哥白尼](#)時代才被人們提出來討論。如果讓阿基米德一直持續的研究下去，他的成就將會更加不可限量，很可惜在他 74 歲、公元前 212 年，被人殺死。

阿基米德是第一位講科學的[工程師](#)，在他的研究中，使用[歐幾里德](#)的方法，先假設，再得到結果，他不斷地尋求一般性的原則而用於特殊的工程上。他的作品始終融合數學和物理，因此阿基米德成為[物理學](#)之父。他應用槓桿原理於戰爭，保衛西拉斯鳩的事蹟是家喻戶曉的。公元前三世紀末正是羅馬共和國與北非[迦太基](#)帝國，為了爭奪[西西里](#)島的霸權而開戰的時期。身處西西里島的敘拉古一直都是

投靠羅馬，但是西元前 216 年迦太基大敗羅馬軍隊，敘拉古的新國王（海維隆二世的孫子繼任），立即見風轉舵與迦太基結盟，羅馬共和國於是派馬塞拉斯將軍領軍從海路和陸路同時進攻敘拉古，阿基米德眼見國土危急，護國的責任感促使他奮起抗敵，於是他絞盡腦汁，日以繼夜的發明禦敵武器。根據一些年代較晚的記載，當時他造了巨大的起重機，可以將敵人的戰艦吊到半空中，然後重重摔下使戰艦在水面上粉碎；他還利用槓桿原理製造出一批投石機，凡是靠近城牆的敵人，都難逃他的飛石或標槍。這些武器弄得羅馬軍隊驚慌失措、人人害怕，連大將軍馬庫斯·克勞迪烏斯·馬塞拉斯都苦笑地承認：「這是一場羅馬艦隊與阿基米德一人的戰爭」、「阿基米德是神話中的百手巨人」。由於久攻不下，馬塞拉斯改變策略，以圍城的持久戰來斷絕城內糧食，這個妙計使得阿基米德也無可奈何，公元前 212 年敘拉古終於被羅馬軍隊攻陷，相傳羅馬軍隊進城時，阿基米德正在自家宅前的地上畫圖研究幾何問題，一個羅馬戰士走近沉思中的阿基米德，並把地上所畫的圖形踩壞了。阿基米德說：「站開些，別踩壞我的圖形！」戰士一聽十分生氣，於是拔出刀來，朝阿基米德身上刺下去，這位偉大的科學家就一命嗚呼了。馬庫斯·克勞迪烏斯·馬塞拉斯聽到這消息後十分悲痛，於是為阿基米德建了一座刻有球內切圓柱圖形的墓，來表達他對這位偉大科學家、偉大對手的敬意。

牛頓 1643 年 1 月 4 日（按照現行公曆^[1]），出生於英國英格蘭東密德蘭林肯郡南凱斯蒂文埃爾斯索普的埃爾斯索普莊園。是一位英格蘭物理學家、數學家、天文學家、自然哲學家和鍊金術士。1687 年他發表《自然哲學的數學原理》，闡述了萬有引力和三大運動定律，奠定了此後三個世紀裡力學和天文學的基礎，並成為了現代工程學的基礎。他通過論證克卜勒行星運動定律與他的重力理論間的一致性，展示了地面物體與天體的運動都遵循著相同的自然定律；為太陽中心說提供了強有力的理論支持，並推動了科學革命。



在力學上，牛頓闡明了動量和角動量守恆的原理。在光學上，他發明了反射望遠鏡，並基於對三稜鏡將白光發散成可見光譜的觀察，發展出了顏色理論。他還系統地表述了冷卻定律，並研究了音速。

在數學上，牛頓與戈特弗里德·萊布尼茨分享了發展出微積分學的榮譽。他也證明了廣義二項式定理，提出了「牛頓法」以趨近函數的零點，並為冪級數的研究作出了貢獻。

在 2005 年，英國皇家學會進行了一場「誰是科學史上最有影響力的人」的民意調查，在被調查的皇家學會院士和網民投票中，牛頓被認為比阿爾伯特·愛因斯坦更具影響力。^[4]

牛頓曾就讀的國王中學窗臺上有牛頓的簽名。



牛頓是名早產兒，新生的牛頓十分瘦小，出生前三個月，他同樣名為艾薩克的父親才剛去世。牛頓 3 歲時，他的母親改嫁而把牛頓託付給了他的外祖母瑪傑里·艾斯庫。據《大數學家》和《數學史介紹》兩書記載：「牛頓在鄉村學校開始學校教育的生活，後來被送到了格蘭瑟姆的國王中學，並成為了該校最出色的學生。在國王中學時，他寄宿在當地的藥劑師威廉·克拉克家中，並在 19 歲前往劍橋大學求學前，與藥劑師的繼女安妮·斯托勒訂婚。之後因為牛頓專注於他的研究而使得愛情冷卻，斯托勒小姐嫁給了別人。據說牛頓對這次的戀情保有一段美好的回憶，但此後便再也沒有其他的羅曼史，牛頓也終生未娶。」

不過據和牛頓同時代的友人威廉·斯蒂克利所著的《艾薩克·牛頓爵士生平回憶錄》一書的描述，斯蒂克利在牛頓死後曾訪問過文森特夫人，也就是當年牛頓的戀人斯托勒小姐。文森特夫人的名字叫做凱瑟琳，而不是安妮，安妮是她的妹妹^[8]，而且夫人僅表示牛頓當年寄宿時對她只不過是「懷有情愫」的程度而已。

從 12 歲左右到 17 歲，牛頓都在國王中學學習，在該校圖書館的窗台上還可以看見他當年的簽名。他曾從學校退學，並在 1659 年 10 月回到埃爾斯索普，因為他再度守寡的母親想讓牛頓當一名農夫。牛頓雖然順從了母親的意思，但據牛頓的

同儕後來的敘述，耕作工作讓牛頓相當不快樂。所幸國王中學的校長亨利·斯托克斯說服了牛頓的母親，牛頓又被送回了學校以完成他的學業。他在 18 歲時完成了中學的學業，並得到了一份完美的畢業報告。牛頓的學業成績如此優秀，部分原因是為了挑戰和報復一個學校惡霸。劍橋心理學家西蒙·拜昂·柯恩認為，牛頓很可能患有亞斯伯格症候群。

1661 年 6 月，他進入了劍橋大學的三一學院。在那時，該學院的教學基於亞里士多德的學說，但牛頓更喜歡閱讀一些勒奈·笛卡兒等現代哲學家以及伽利略·伽利萊、尼古拉·哥白尼和約翰內斯·克卜勒等天文學家更先進的思想。1665 年，他發現了廣義二項式定理，並開始發展一套新的數學理論，也就是後來為世人所熟知的微積分學。在 1665 年，牛頓獲得了學位，而大學為了預防倫敦大瘟疫而關閉了。在此後兩年裡，牛頓在家中繼續研究微積分學、光學和萬有引力定律。

1667 年，牛頓獲得獎學金，作為研究生重返劍橋大學三一學院。按照規定，只有被正式任命的牧師才有資格成為劍橋大學三一學院的研究生，由於持有非正統的宗教觀點，牛頓不願意成為牧師。但牧師職位的任命沒有最後期限，因此牛頓先獲得了研究生的名額，而牧師職位的任命被無限期地延後了。但是等後來牛頓被任命為盧卡斯數學教授席位時問題就來了，如此重要的職位不可能迴避牧師職位任命這一條件。然而，牛頓獲得了查理二世的許可，還是繞開了這一限制。

多數現代歷史學家都相信，牛頓與萊布尼茨分別獨立發明了微積分學。根據牛頓周圍的人所述，牛頓要比萊布尼茨早幾年得出他的方法，但在 1693 年以前他幾乎沒有發表任何內容，並直至 1704 年他才給出了其完整的敘述。其間，萊布尼茨已在 1684 年發表了他的方法的完整敘述。兩人創造了不同的微積分符號，歐洲大陸全面採用萊布尼茨符號，而英國堅持使用牛頓的微積分符號，直到 1820 年才全面採納萊布尼茲的符號。萊布尼茨的筆記本記錄了他的思想從初期到成熟的發展過程，而在牛頓已知的記錄中只發現了他最終的結果。

牛頓與瑞士數學家尼古拉·法蒂奧·丟勒的聯繫十分密切，後者一開始便被牛頓的重力定律所吸引。1691 年，丟勒打算編寫一個新版本的牛頓《自然哲學的數學原理》，但從未完成它。在 1694 年這兩個人之間的關係冷卻了下來。在那個時候，丟勒還與萊布尼茨交換了幾封信件。

1699年初，[皇家學會](#)（牛頓也是其中的一員）的成員們指控萊布尼茨剽竊了牛頓的微積分成果，這導致了激烈的[牛頓與萊布尼茨的微積分學論戰](#)。最終[英國皇家學會](#)宣布牛頓是微積分真正的發明者，斥責萊布尼茨剽竊。但後來人們發現該調查評論萊布尼茨的結語是牛頓本人書寫。萊布尼茨在1716年逝世之後，牛頓表示他對自己造成了萊布尼茨的傷心非常滿意。

牛頓的一項被廣泛認可的成就是[廣義二項式定理](#)，它適用於任何冪。他發現了[牛頓恆等式](#)、牛頓法，分類了[立方面曲線](#)（兩變數的三次多項式），為[有限差](#)理論作出了重大貢獻，並首次使用了分式指數和坐標幾何學得到[丟番圖方程式](#)的解。他用對數趨近了調和級數的部分和（這是[歐拉求和公式](#)的一個先驅），並首次有把握地使用冪級數和反轉冪級數。他還發現了 π 的一個新公式。

他在1669年被授予[盧卡斯數學教授席位](#)。在那一天以前，劍橋或[牛津](#)的所有成員都是經過任命的聖公會牧師。不過，盧卡斯教授之職的條件要求其持有者不得活躍於教堂（大概是如此可讓持有者把更多時間用於科學研究上）。牛頓認為應免除他擔任神職工作的條件，這需要[查理二世](#)的許可，後者接受了牛頓的意見。這樣避免了牛頓的宗教觀點與[聖公會](#)信仰之間的衝突。

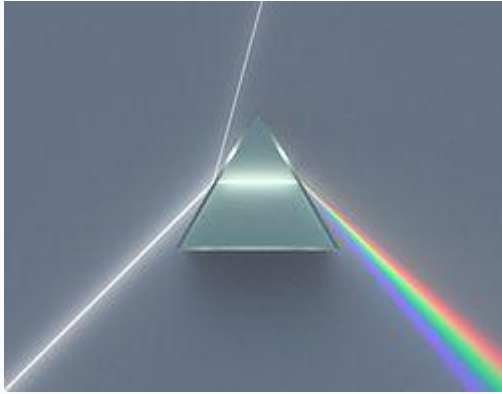
從1670年到1672年，牛頓負責講授[光學](#)。在此期間，他研究了光的[折射](#)，表明[稜鏡](#)可以將[白光](#)發散為[彩色光譜](#)，而[透鏡](#)和第二個稜鏡可以將彩色光譜重組為白光。



牛頓1672年使用的6英寸反射望遠鏡複製品，為[皇家學會](#)所擁有。

《[光學](#)》。他還通過分離出單色的光束，並將其照射到不同的物體上的實驗，發現了色光不會改變自身的性質。牛頓還注意到，無論是反射、散射或發射，色光

都會保持同樣的顏色。因此，我們觀察到的顏色是物體與特定有色光相合的結果，不是物體產生顏色的結果。



牛頓發現稜鏡可以將白光發散為彩色光譜。由此，他得出如下結論：任何折射望遠鏡都會受到光散射成不同顏色的影響，並因此發明了反射望遠鏡（現稱作牛頓望遠鏡）來克服這個困難。他自己打磨大直徑的鏡片，使用牛頓環來檢驗鏡片的光學品質，從而製造出了優於折射望遠鏡的儀器。1671年，他向皇家學會展示了自己的反射望遠鏡，隨後出版了自己的光學筆記，後來擴編為《光學》一書。羅伯特·虎克批評了牛頓的某些觀點，牛頓對此很不滿，並退出了辯論會。兩人自此以後成為了敵人，這一直持續到虎克去世。

牛頓認為光是由粒子或微粒組成的，並會因加速通過光密介質而折射，他認為薄膜的折射和透射現象可以用光的「波動理論」來解釋，但自己的「微粒理論」才能更好地解釋光學現象，如繞射。^[9] 1704年，牛頓著成《光學》，其中他詳述了光的粒子理論。他認為光是由非常微小的微粒組成的，而普通物質是由較粗微粒組成，並推測如果通過某種鍊金術的轉化「難道物質和光不能互相轉變嗎？物質不可能由進入其結構中的光粒子得到主要的動力（Activity）嗎？」^[10]後世的物理學家多持波動理論觀點。後來的量子力學則認為光有波動和微粒二重性，稱為波粒二象性，雖然該理論中的「微粒」光子與牛頓理論中的「微粒」差別很大。

1675年出版的《解釋光屬性的假說》（An Hypothesis explaining the Properties of Light）中，牛頓認為粒子間力的傳遞是透過以太進行的。不過牛頓在與神智學家亨利·莫爾接觸後重新燃起了對鍊金術的興趣，並改用源於赫密斯神智學中粒子相吸互斥思想的神秘力量來解釋，替換了先前假設以太存在的看法。擁有許多牛頓鍊金術著作的經濟學大師約翰·梅納德·凱恩斯曾說：「牛頓不是理性時代的第一人，他是最後的一位鍊金術士。」^[11] 但牛頓對鍊金術的興趣卻與他對科學的貢獻息息相關^[12]，而且在那個時代鍊金術與科學也還沒有明確的區別。如果

他沒有依靠神秘學思想來解釋穿過真空的超距作用，他可能也不會發展出他的重力理論。牛頓使用玻璃球製造了原始形式的摩擦靜電發電機^[13]。

力學和重力：牛頓自己的《自然哲學的數學原理》副本，並帶有所為第二版所作的修正。1679年，牛頓重新回到力學的研究中：重力及其對行星軌道的作用、克卜勒的行星運動定律、與虎克和弗拉姆斯蒂德在力學上的討論。他將自己的成果歸結在《物體在軌道中之運動》（1684）一書中，該書中包含有初步的、後來在《自然哲學的數學原理》中形成的運動定律。《自然哲學的數學原理》（現常簡稱為《原理》）在埃德蒙·哈雷的鼓勵和支持下於1687年7月5日出版。該書中牛頓闡述了其後兩百年間都被視作真理的三大運動定律。牛頓使用拉丁單詞「gravitas」（沉重）來為現今的重力命名，並定義了萬有引力定律。在這本書中，他還基於波義耳定律提出了首個分析測定空氣中音速的方法。《原理》的出版使牛頓成為當時最有影響力的科學家。牛頓與其中的瑞士數學家尼古拉·法蒂奧·丢勒建立了非常親密的關係，直到1693年他們的友誼破裂。1696年，牛頓通過了當時的財政大臣查爾斯·孟塔古的提攜遷到了倫敦作皇家鑄幣廠的監管，一直到去世。他主持了英國最大的貨幣重鑄工作，此職位一般都是閒職，但牛頓對該職位非常認真。他估計大約有20%的硬幣是偽造的。偽造貨幣在英國是大逆罪，會被處以極刑。為那些惡名昭著的罪犯定罪是非常困難的；不過事實證明牛頓做得很好。他掩飾自己的身份而搜集了許多證據，然後公布於酒吧和客棧裡。英國法律保留了古老且麻煩的習慣，為的是讓起訴有一定的門檻，並將政府部門從司法中分離開來。牛頓為此當上了太平紳士，並在1698年6月到1699年聖誕節間引導了對200名證人、告密者和嫌疑犯的交叉訊問。而最後牛頓得以勝訴，並在1699年2月執行了10名罪犯的死刑。也許牛頓最偉大的勝利是以國王法律代理人的身份與威廉·查洛納對質。查洛納密謀策動一起假的天主教陰謀活動，然後檢舉那些不幸被他誘騙來的共謀者。在向國會請願時，查洛納控告鑄幣廠有償地將工具提供給造偽幣者，並請求國會允許他檢查鑄幣廠的生產過程以證明他的控告。他還請求國會採納他所謂的「無法偽造的造幣過程」及「打擊假幣的計劃」。此時，牛頓被激怒了，並開始著手調查，以查出查洛納做過事情。在調查中，牛頓發現查洛納參與了偽幣製造。他立刻起訴了查洛納，可是因為查洛納在高層有一些朋友，所以他被無罪釋放了，這讓牛頓感到不滿。在第二次起訴中，牛頓提供了確鑿的證據，並成功地使查洛納被判處大逆罪。1699年3月23日，查洛納在泰伯恩行刑場被車裂。1701年，牛頓辭去盧卡斯數學教授後。在改革對低成色貨幣和偽幣的流通和懲罰上鍛煉了他的能力。牛頓在1717年通過安妮

[女王法案](#)創立了在金幣和銀幣之間的聯繫，非正式的把[英鎊](#)錢幣從[銀本位](#)轉移到了[金本位](#)；這在當時是重大的改革，相當程度的增加英格蘭的財富和穩定。1705年，[安妮女王](#)授予牛頓[爵士](#)身份，牛頓是第二個被授勳的英國科學家，第一個是弗蘭西斯·培根。1703年牛頓成為[皇家學會](#)會長和[法國科學院](#)的會員。他曾在《原理》的初版中使用了[天文學家約翰·佛蘭斯蒂德](#)的數據，後來他與約翰交惡，約翰不許他出版自己的星圖。牛頓於是在《原理》的後續版本中系統性的刪除了約翰的全部數據。牛頓於1727年3月31日死於[倫敦](#)，被[國葬](#)於[威斯敏斯特教堂](#)，成為史上第一個獲得國葬的[自然科學家](#)。1970年代，對牛頓頭髮的化學分析顯示其中[水銀](#)含量比正常值超出50多倍，最可能的解釋是他從事[鍊金術](#)所致。[汞中毒](#)可能解釋牛頓晚年的一些怪異行徑。牛頓之墓位於[西敏寺中殿](#)，墓地上方聳立著一尊牛頓的雕像，其石像倚坐在一堆書籍上。身邊有兩位天使，還有一個巨大的地球造型以紀念他在科學上的功績。[英格蘭詩人亞歷山大·蒲柏](#)為牛頓寫下了以下這段墓誌銘：

“
自然和自然的法則隱藏在黑暗之中。

上帝說：讓牛頓出世吧，
於是一切豁然開朗。

在他的一生中，牛頓寫作了比自然科學更多的宗教學著述。他相信一個[理性](#)的主觀世界（immanent world），但他卻拒絕萊布尼茨和[巴魯赫·斯賓諾莎](#)深信的[萬物有生論](#)。因此，有序且動態的（ordered and dynamically informed）宇宙可以被理解，而且必須以主動的理性（active reason）去理解，但是這個完美且注定中的宇宙，必須有規律地運行。牛頓堅持認為，由於不穩定性的累積和緩慢增長，必須有神的不斷干預來改良宇宙這個系統。為此，萊布尼茨諷刺牛頓說：「神必須時不時地給他造的鐘上發條，否則這個鐘就會停擺。看起來，他沒有能力讓這個鐘永遠運行。」。

牛頓著名的三大運動定律：

1. 牛頓第一定律（亦稱[慣性](#)定律）指出，一個靜止狀態的物體趨向於保持靜止狀態，而在勻速運動中的物體趨向於保持勻速狀態，除非受到淨外力的作用。它闡述了力和慣性這兩個物理概念，解釋了力和運動狀態的關係，

並提出了一切物體都具有保持其運動狀態不變的特性——慣性，是物理學中一條重要的基本定律。

2. 牛頓第二定律指出，作用於一個物體上的作用力 F 等於其動量 P 隨時間的

變化率。在數學上，可寫成
$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \vec{v} \frac{dm}{dt} + m \frac{d\vec{v}}{dt}。$$

假定式中的質量為常量，則可消去 $\vec{v} \frac{dm}{dt} + m \frac{d\vec{v}}{dt}$ 的第一項。將加速度定義為 $\vec{a} = d\vec{v}/dt$ ，則可得出著名的等式 $\vec{F} = m\vec{a}$ 。這說明了一個物體的加速度與作用在物體上的淨力成正比，與其質量成反比。在米-千克-一秒的度量衡系統下，質量的單位為千克，加速度為米每二次方秒，力為 [牛頓](#)（為紀念他而命名）。

3. 牛頓第三定律指出，每個作用力都有一個等值反向的反作用力。

兩個物體之間的作用力 F 和反作用力 F' ，沿同一直線，大小相等，方向相反，分別作用在兩個物體上。

牛頓視蘋果落地

沉思裡的驚鴻一現

道來：我不願耗費心思向世人解釋無論以何種先賢之信條抑或計算之結果地球圍繞太陽旋轉乃「重力」所致之普遍現象此亦凡人所能理解之境自亞當，自蘋果之墮。一則著名的故事稱，牛頓在受到一顆從樹上掉落的蘋果啟發後，闡示出了他的 [萬有引力](#) 定律。漫畫作品更認為，掉落的蘋果正好砸中了牛頓的腦門，它的碰撞讓他不知何故地明白了重力。[約翰·康杜特](#)，牛頓在皇家造幣廠時的助理及牛頓外甥女的丈夫，在他有關牛頓生活的著述中提到了這件事：

1666年，他再次離開了 [劍橋大學](#)，回到了住在 [林肯郡](#) 的母親身邊。當他在一座花園中沉思散步時，他突然想到重力（它的作用讓一顆蘋果從樹上掉到地上）不會僅局限於地球周圍的有限距離裡，而會延伸到比平常認為的更遠的地方。他自言自語道，為什麼不和 [月亮](#) 一樣高呢——如果這樣，一定會對她的運動產生影響——也許可以讓她保持在她的軌道上，於是他開始計算那樣的假設會產生怎樣的 effects。問題不在於 [重力](#) 是否存在，而在於它是否能從地球延伸到如此遠，還能夠成為保持月球在軌道運行的力。牛頓發現，如果讓該力隨距離的平方反比而減

少，所計算出的月球軌道周期能與真實情況非常好地吻合。他猜想同樣的力也導致了其他的軌道運動，並因此將之命名為「萬有引力」。



被稱為牛頓蘋果樹後代的一顆蘋果樹，發現於劍橋大學的植物種植園。

同時代的作家威廉·斯蒂克利牧師在他的《艾薩克·牛頓爵士生平回憶錄》中記錄了1726年4月15日他在肯辛頓與牛頓的一次談話，在該次談話中，牛頓回憶了「從前，重力的概念進入了他的腦海。在他正在沉思時，蘋果的下落引起了他的思考。為什麼蘋果總會垂直地落在地上，他心中想到。為什麼就不能走側面或者向上升，卻永遠地朝向地球的中心。」

法國數學家約瑟夫·拉格朗日常常說牛頓是迄今為止最偉大的天才，他還曾經評價牛頓是「最幸運的，因為我們已經無法再創立一個世界體系了。」有觀點認為牛頓本人對他自己的成就非常謙遜，1676年，在他寫給羅伯特·虎克的一封信中出現了一句名言：「如果我比笛卡兒等人看得更遠些，那是因為我站在巨人的肩上而已。」



高斯，德國著名數學家、物理學家、天文學家、大地測量學家，生於布倫瑞克，卒於哥廷根。高斯被認為是歷史上最重要的數學家之一，並有「數學王子」的美譽。高斯是一對普通夫婦的兒子。他的母親是一個貧窮石匠的女兒，雖然十分聰明，但卻沒有接受過教育，近似於文盲。在她成為高斯父親的第二個妻子之前，她從事女傭工作。他的父親曾做過工頭，商人的助手和一個小保險公司的評估師。當高斯三歲時便能夠糾正他父親的借債帳目的事情，已經成為一個軼事流

傳至今。他曾說，他能夠在腦袋中進行複雜的計算。他的職業是園丁，他做事認真。高斯10歲時利用很短的時間就計算出了小學老師提出的問題：自然數從1

到 100 的求和。他所使用的方法是：對 50 對構造成和 101 的數列求和 ($1+100, 2+99, 3+98, \dots$)，同時得到結果：5050。小時候高斯家裡很窮，且他父親不認為學問有何用，但高斯依舊喜歡看書，話說在小時候，冬天吃完飯後他父親就會要他上床睡覺，以節省燃油，但當他上床睡覺時，他會將蕪菁的內部挖空，裡面塞入棉布卷，當成燈來使用，以繼續讀書。當高斯 12 歲時，已經開始懷疑幾何原本中的基礎證明。高斯的老師布呂特內爾與他助手馬丁·巴爾特斯 很早就認識到了高斯在數學上異乎尋常的天賦，同時赫爾措克·卡爾·威廉·費迪南·馮·不倫瑞克也對這個天才兒童留下了深刻印象。於是他們從高斯 14 歲起便資助其學習與生活。這也使高斯能夠在公元 1792—1795 年在 Carolinum 學院（今天不倫瑞克學院的前身）學習。15 歲的高斯進入 Collegium Carolinum，現今的不倫瑞克科技大學（Braunschweig University of Technology）。在那裡，高斯開始對高等數學作研究。獨立發現了二項式定理的一般形式、數論上的「二次互反律」、素數定理、及算術-幾何平均數。當他 16 歲時，預測在歐氏幾何之外必然會產生一門完全不同的幾何學，即非歐幾里德幾何學。他導出了二項式定理的一般形式，將其成功的運用在無窮級數，並發展了數學分析的理論。18 歲時高斯轉入哥廷根大學學習。19 歲的高斯得到了一個數學史上極重要的結果，就是《正十七邊形尺規作圖之理論與方法》。第一個成功的用尺規構造出了規則的 17 邊形。高斯於公元 1805 年 10 月 5 日與來自不倫瑞克的 Johanna Elisabeth Rosina Osthoff 小姐（1780-1809）結婚。在公元 1806 年 8 月 21 日迎來了他生命中的第一個孩子 Joseph。此後，他又有兩個孩子。威廉妮（1809—1840）和路易斯（1809—1810）。1807 年高斯成為哥廷根大學的教授和當地天文台的台長。雖然高斯作為一個數學家而聞名於世，但這並不意味著他熱愛教書。儘管如此，他越來越多的學生成為有影響的數學家，如後來聞名於世的戴德金和黎曼。

貢獻

18 歲的高斯發現了最小二乘法，並猜測了質數定理。通過對足夠多的測量數據的處理後，可以得到一個新的、機率性質的測量結果。在這些基礎之上，高斯隨後專注於曲面與曲線的計算，並成功得到高斯鐘形曲線（常態分佈曲線）。其函數被命名為標準常態分佈（或高斯分布），並在機率計算中大量使用。在高斯 19 歲時，僅用尺規便構造出了 17 邊形。並為流傳了 2000 年的歐氏幾何提供了自古希臘時代以來的第一次重要補充。高斯總結了複數的應用，並且嚴格證明了每一個 n 階的代數方程必有 n 個實數或者複數解。在他的第一本著名的著作《算

術研究》中，作出了二次互反律的證明，成為數論繼續發展的重要基礎。在這部著作的第一章，導出了三角形全等定理的概念。高斯在最小二乘法基礎上創立的測量平差理論的幫助下，測算天體的運行軌跡。他用這種方法，測算出了小行星穀神星的運行軌跡。穀神星於 1801 年被義大利天文學家皮亞齊發現，但因病他耽誤了觀測，從而失去了這顆小行星的軌跡。皮亞齊以希臘神話中的「豐收女神」對它命名，稱為穀神星，並將自己以前觀測的數據發表出來，希望全球的天文學家一起尋找。高斯通過以前 3 次的觀測數據，計算出了穀神星的運行軌跡。奧地利天文學家海因里希·歐伯斯根據高斯計算出的軌道成功地發現了穀神星。高斯將這種方法發表在其著作《天體運動論》（Theoria Motus Corporum Coelestium in sectionibus conicis solem ambientium）中。為了獲知每年復活節的日期，高斯推導了復活節日期的計算公式。

1818 年至 1826 年間，高斯主導了漢諾瓦公國的大地測量工作。通過最小二乘法為基礎的測量平差的方法和求解線性方程組的方法，顯著地提高了測量的精度。高斯親自參加野外測量工作。他白天觀測，夜晚計算。在五六年間，經他親自計算過的大地測量數據超過 100 萬個。當高斯領導的三角測量外場觀測走上正軌後，高斯把主要精力轉移到處理觀測成果的計算上，寫出了近 20 篇對現代大地測量學具有重大意義的論文。在這些論文中，他推導了由橢圓面向圓球面投影時的公式，並作出了詳細證明。這個理論直至現在仍有應用的價值。漢諾瓦公國的大地測量工作至 1848 年結束。這項大地測量史上的巨大工程，如果沒有高斯在理論上的仔細推敲，在觀測上力圖合理和精確，在數據處理上盡量周密和細緻，就不能圓滿的完成。在當時的不發達的條件下，布設了大規模的大地控制網，精確地確定 2578 個三角點的大地坐標。為了用橢圓在球面上的正形投影理論以解決大地測量中出現的問題，在這段時間內高斯亦從事了曲面和投影的理論，並成為了微分幾何的重要理論基礎。相對論證明了宇宙空間實際上是非歐幾何的空間。高斯的思想被近 100 年後的物理學接受了。

高斯試圖在漢諾瓦公國的大地測量中通過測量 Harz 的 Brocken——Thuringer Wald 的 Inselsberg——哥廷根的 Hohen Hagen 三個山頭所構成的三角形的內角和，以驗證非歐幾何的正確性，但未成功。高斯的朋友鮑耶的兒子雅諾斯在 1823 年證明了非歐幾何的存在。高斯對他勇於探索的精神表示了讚揚。1840 年，羅巴切夫斯基用德文寫了《平行線理論的幾何研究》一文。這篇論文的發表引起了高斯的注意。他非常重視這一論證，積極建議哥廷根大學聘請羅巴切夫斯基為通信

院士。為了能直接閱讀他的著作，從這一年開始，63歲的高斯開始學習俄語，並最終掌握了這門外語。高斯最終成為微分幾何的始祖（高斯、雅諾斯和羅巴切夫斯基）之一。出於對實際應用的興趣，高斯發明了日光反射儀。日光反射儀可以將光束反射至大約450公里外的地方。高斯後來不止一次地為原先的設計作出改進，試製成功了後來被廣泛應用於大地測量的鏡式六分儀。

19世紀30年代，高斯發明了磁強計。他辭去了[天文台](#)的工作，而轉向[物理](#)的研究。他與[韋伯](#)（1804–1891）在電磁學領域共同工作。他比韋伯年長27歲，以亦師亦友的身份與其合作。1833年，通過受電磁影響的羅盤指針，他向韋伯發送電報。這不僅是從韋伯的實驗室與天文台之間的第一個電話電報系統，也是世界首創的第一個電話電報系統。儘管線路才8公里長。1840年，他和韋伯畫出了世界第一張地球磁場圖，並且定出了地球磁南極和磁北極的位置。次年，這些位置得到美國科學家的證實。

高斯在數個領域進行研究，但只把他認為已經成熟的理論發表出來。他經常對他的同事表示，該同事的結論已經被自己以前證明過了，只是因為基礎理論的不完備而沒有發表。批評者說他這樣做是因為喜歡搶出風頭。事實上高斯把他的研究結果都記錄起來了。他死後，他的20部紀錄著他的研究結果和想法的筆記被發現，證明高斯所說的是事實。一般人認為，20部筆記並非高斯筆記的全部。[下薩克森州](#)和[哥廷根大學](#)圖書館已經將高斯的全部著作數位化，並放置於[網際網路](#)上。高斯的肖像曾被印刷在從1989年至2001年流通的10元[德國馬克](#)紙幣上。

高斯個人的生活因為他的第一任妻子Johanna Osthoff在1809年早逝，以及他的孩子Louis也相繼死去而顯得黯然失色。高斯跌入一個他從來沒有完全恢復的憂鬱深淵。高斯是個熱心的完美主義者並且很認真的工作。他從來不是個多產[作家](#)，他拒絕發布他不認為完整和無可指責的作品。這符合他個人的座右銘。他的個人日記裡有說到，他在幾年還是幾十年前就已提出了一些重要的數學發現，與他同一時代的人發表了他的發現。數學[歷史學家埃里克·梵鐘](#)估計，若高斯及時發表他的發現，將使高等數學往前推50年。高斯不喜歡教學是眾所皆知，教授的學生不多。有人說他只參加過1828年在柏林的科學會議，但他的一些學生卻成為了具有影響力的數學家，其中包括[理察·戴德金](#)、[黎曼](#)和[弗里德里希·貝塞爾](#)。索菲熱爾曼建議在她死後由高斯接受她的榮譽學位。高斯往往都是很優雅的拒絕提出他怎麼發現這些數學原理的直覺。他更喜歡他們來自”無中生有”，所以消除

了所有他如何發現這些數學原理的痕跡。855年2月23日清晨，77歲的高斯於睡夢中去世。

